

УТВЕРЖДЕНО

Заместитель председателя оргкомитета  
заключительного этапа республиканской олимпиады

К.С. Фарино.

« 20 » декабря 2006 года



**Республиканская физическая  
олимпиада (III этап)  
2007 год  
Теоретический тур**

11 класс.

**Задача 1. «Взрывная эмиссия»**

В данной задаче Вам предстоит исследовать явления, происходящие при эмиссии (по-русски «испускании») электронов поверхностью металла (в данном случае платины) Вам понадобятся некоторые характеристики платины, представленные в таблице

Характеристики платины.

| Обозначение  | Pt                  |
|--|---------------------|
| Молярная масса $\mu$ , г/моль                        | 195                 |
| Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>                 | 21450               |
| Удельная теплоемкость $c$ , Дж/(кг К)                | 134                 |
| Теплопроводность $k$ , Вт/(м К)                      | 71,6                |
| Температура плавления, К                             | 2045                |
| Удельное электрическое сопротивление $\gamma$ , Ом м | $1,1 \cdot 10^{-7}$ |

**1. Концентрация электронов.** (2)

Основными носителями заряда в металлах являются электроны. Оцените концентрацию электронов проводимости в платине, считая, что от каждого атома в зону проводимости перешел один электрон.

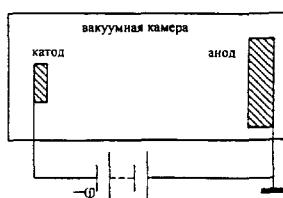
Число Авогадро  $N_A = 6,023 \text{ моль}^{-1}$ . 10<sup>23</sup>

**2. Электрическое поле**

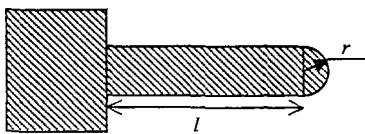
Для того чтобы электрон смог покинуть металл, необходимо ему «помочь», создав, например, электрическое поле у поверхности и/или повысив температуру металла. В частности, это может быть электрическое поле, создаваемое самим металлом, если у него есть какой-то электрический потенциал

Рассмотрим установку, работу которой Вам предстоит исследовать. Она представляет собой металлический анод и платиновый образец-катод, находящиеся в глубоком вакууме. Анод заземлен. Потенциал катода отрицательный и равен  $-\varphi$

Будем считать, что электроны, вылетевшие с поверхности металла, сразу же уносятся электрическим полем к аноду и никакого влияния на происходящие в установке процессы не оказывают.



На поверхности платинового катода, как бы хорошо она ни была отшлифована, всегда имеются шероховатости, неровности, микровыступы. В случае необходимости, микроострия могут быть созданы специально. Рассмотрим одно такое острое. Оно представляет собой тонкую цилиндрическую иголочку длиной  $l = 500\text{мкм}$  и радиусом  $r = 10\text{мкм}$ , заканчивающуюся полусферическим острием такого же радиуса  $r = 10\text{мкм}$ .



К катоду приложен потенциал  $-\varphi$ . Покажите, что модуль напряженности вблизи острия равен  $E \approx \frac{\varphi}{r}$ , где  $r$  - радиус кривизны острия.

### 3. Теплопроводность.

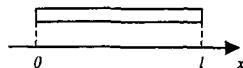
*Если тело нагрето неравномерно, то возникает перенос тепла из более горячих частей в более холодные, при этом поток теплоты (то есть теплота, переносимая через единичную площадь за единицу времени  $q = \frac{\Delta Q}{\Delta S \Delta t}$ ) определяется законом Фурье*

$q = -k \frac{\Delta T}{\Delta x}$ , где  $\Delta T$  - разность температур в близких точках, расстояние между

которыми  $\Delta x$ , а коэффициент  $k$  - так называемая теплопроводность вещества. Знак минус подчеркивает, что тепло переносится от частей с большей температурой к частям с меньшей температурой.

Рассмотрим однородный стержень длиной  $l$ , площадью поперечного сечения  $S$  и теплопроводностью  $k$ .

3.1. Боковая поверхность стержня теплоизолирована. На первом торце ( $x=0$ ) температура поддерживается равной  $T_0$ , на втором ( $x=l$ )  $T_l$ . Найдите распределение температуры  $T(x)$  вдоль стержня. Изобразите примерный график распределения температуры.



3.2. Весь стержень теплоизолирован, кроме торца  $x=0$ , на котором поддерживается температура  $T_0$ . Найдите распределение температуры вдоль стержня. Изобразите примерный график этой зависимости.

3.3. Пусть в единице объема стержня в единицу времени выделяется теплота  $w$  (ещё её можно назвать плотностью мощности тепловыделения). Весь стержень теплоизолирован, кроме торца  $x=0$ , который поддерживается при постоянной температуре  $T_0$ . Покажите,

что распределение температуры вдоль стержня  $T(x) = T_0 + \frac{w}{k} x(l - \frac{x}{2})$ . Чему равна температура торца ( $x=l$ )  $T_l$ ?

3.4. Стержень сделан из металла с удельным сопротивлением  $\gamma$  и по нему течет ток плотностью  $j$ . Весь стержень теплоизолирован, кроме торца  $x=0$ , который поддерживается при постоянной температуре  $T_0$ . Найдите температуру торца ( $x=l$ )  $T_l$ .

### 4. Эмиссия электронов.

*Вернемся к платиновому образцу. Если потенциал металла отрицательный, то вблизи поверхности металла создается электрическое поле, которое помогает электронам покинуть металл. Плотность тока с поверхности металла зависит от*

напряженности электрического поля  $E$  и температуры  $T$ , причем зависимость эта достаточно сложная, но в интересующем нас диапазоне напряженностей и температур её можно аппроксимировать следующим образом

$$j(T) = \begin{cases} a, & T < b \\ a + k(T - b), & T \geq b \end{cases}$$

причем сами коэффициенты  $a, b, k$  зависят от напряженности электрического поля

$$a = a_1 \exp(a, E)$$

$$b = b_1 - b_2 E$$

$$k = k_1 \exp(k_2 E)$$

|  |  |   |
|--|--|---|
| $a_1 = 2,60 \cdot 10^5 \frac{A}{m^2}$  | $b_1 = 1983 K$                                   | $k_1 = 319 \frac{A}{m^2 K}$             |
| $a_2 = 1,01 \cdot 10^{-9} \frac{m}{B}$ | $b_2 = 1,67 \cdot 10^{-8} K \cdot m \frac{1}{B}$ | $k_2 = 9,39 \cdot 10^{-10} \frac{m}{B}$ |

4.1. Изобразите примерный график зависимости плотности тока от температуры  $j(T)$  при отсутствии электрического поля. Как изменится этот график, при наличии электрического поля?

4.2. К катоду приложили отрицательный потенциал по абсолютной величине равный  $50kV$ . Определите установившуюся температуру  $T_1$  острия платиновой иголочки. Основание иголочки поддерживается при температуре  $T_0 = 300K$ , вся остальная иголочка теплоизолирована (потерями на излучение можно пренебречь). Считайте, что эмиссия электронов происходит только с полусферического острия иголки.

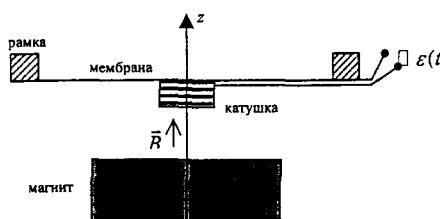
4.3. Если температура острия достигает температуры плавления, то происходит его разрушение – быстрое испарение в вакуум. Определите критический потенциал  $\varphi_{kp}$ , т.е. максимальный потенциал, который можно приложить к катоду, чтобы ещё не произошло разрушение острия иголочки.

4.4. К катоду приложили отрицательный потенциал, по величине равный  $\varphi = 130\text{кВ}$ . Чему равна плотность тока сразу после включения? Найдите время после включения, через которое произойдет взрыв иголочки.

## Задача 2 «Динамика»

В данной задаче Вам предстоит рассмотреть работу простейшего динамического громкоговорителя (проще говоря, динамика).

Динамик представляет собой тонкую круглую упругую мембрану радиусом  $r_d = 10,0\text{см}$ , края которой жестко закреплены в круглой металлической рамке. К центру мембранны приклеена маленькая круглая проволочная катушка радиусом  $r = 10,0\text{мм}$ , числом витков  $N = 100$ , индуктивностью  $L = 1,0\text{мкГн}$  и сопротивлением  $R = 4,0\text{Ом}$ . Масса



катушки  $m = 50,0\text{г}$  (масса мембранны гораздо меньше массы катушки). Катушка может совершать вместе с мембраной колебания в вертикальной плоскости, причем собственная частота колебаний (т.е. частота колебаний в вакууме) равна  $f_0 = 30\text{Гц}$ . При колебаниях в

воздухе мембрана создает звуковые волны, при этом на нее действует сила сопротивления, пропорциональная квадрату скорости движения катушки  $F_{\text{comp}} = -\beta v$ , Коэффициент  $\beta = \frac{2/P_0 S}{c}$ , где  $\gamma = 7/5$  - показатель адиабаты,  $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$  - атмосферное давление,  $c = 333 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  - скорость звука в воздухе,  $S$  - площадь мембранны. Силы вязкого трения считайте пренебрежимо малыми

Проволочная катушка находится в магнитном поле постоянного магнита, при этом ось катушки и ось симметрии магнитного поля совпадают. Вертикальная составляющая индукции магнитного поля вблизи катушки равна  $B_z = B_0(1-\alpha z)$ , причем коэффициенты  $B_0 = 1,0 \text{ Тл}$ ,  $\alpha = 100 \text{ м}^{-1}$ , а координата  $z$  отсчитывается от положения равновесия катушки

- Через катушку протекает постоянный ток  $I$ . Найдите силу  $F_A$ , действующую на катушку со стороны магнитного поля
- К катушке приложили ЭДС, изменяющуюся по закону  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos \omega t$ . Найдите амплитуду установившихся колебаний катушки  $A$ . Изобразите примерный график зависимости  $A(\omega)$ . Определите амплитуду колебаний при частоте переменного напряжения  $f = 30 \text{ Гц}$  и амплитуде  $\varepsilon_0 = 1 \text{ В}$
- К катушке приложили ЭДС, изменяющуюся по закону  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos \omega t$ . Найдите среднюю звуковую мощность  $P_{\text{ср}}$ , излучаемую динамиком. Определите максимальную звуковую мощность  $P_{\max}$ , если амплитуда напряжения  $\varepsilon_0 = 1 \text{ В}$ . На какой частоте она достигается? Оцените максимальный КПД  $\eta_{\max}$  динамика. Определите рабочий диапазон динамика. Изобразите примерный график зависимости звуковой мощности от частоты переменного напряжения  $P_s(\omega)$  (или  $P_s(f)$ )

#### *Примечания.*

1 В данной задаче приняты следующие обозначения для частот:

$f$  - циклическая частота (измеряется в Гц),

$\omega$  - угловая частота (измеряется в с<sup>-1</sup>)

$$\omega = 2\pi f$$

2 КПД динамика – отношение излучаемой звуковой мощности к потребляемой электрической мощности

3 Рабочий диапазон динамика – интервал частот на границах которого мощность в 2 раза меньше максимальной мощности

4 Человеческое ухо способно воспринимать звук частотой от 20 Гц до 20000 Гц