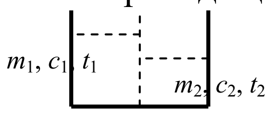
Областная олимпиада. 9 класс. Могилев. 2001 г.

Условия задач. Теоретический тур.

1. Два тела движутся по прямой навстречу друг другу с начальными скоростями v_{o1} = 20 м/с и v_{o2} = 15 м/с и постоянными ускорениями a_1 = 2 м/с^2 и a_2 = 1 м/с^2, направленным противоположно соответствующим скоростям в начальный момент времени. При каком максимальном расстоянии $S^/$ между телами они встретятся в процессе движения.

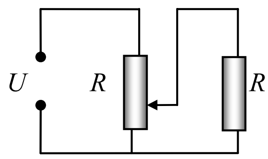
2. Шарик падает под углом β на наклонную плоскость, образующую угол α с горизонтом. После нескольких упругих отскоков от наклонной плоскости шарик возвращается в исходную точку. Сколько отскоков совершил при этом шарик.

3. В теплоизолированном сосуде имеются две жидкости с начальными температурами t_1 и t_2 и удельными теплоемкостями c_1 и c_2, разделенные не теплопроводящей перегородкой. Перегородку убирают, и после установления теплового равновесия разность между начальной температурой одной жидкости и установившейся в сосуде температурой t оказывается в 2 раза меньше разности начальных температур. Найти отношение масс жидкостей.



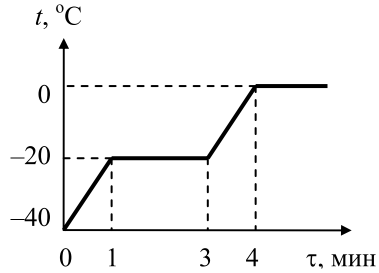
4. В сосуде, из которого быстро откачивают воздух, находится небольшое количество воды массой m при температуре 0 ^{o}С. В результате интенсивного испарения происходит замораживание воды. Какая часть первоначального количества воды обратилась в лед?

5. Для регулирования напряжения на нагрузке собрана схема, изображенная на рисунке. Сопротивление нагрузки и регулировочного реостата равно R. Нагрузка подключена к 2/3 части реостата. Выходное напряжение неизменно и равно U. Определить во сколько раз изменится напряжение на нагрузке, если ее сопротивление увеличить в 2 раза?



Экспериментальный тур.

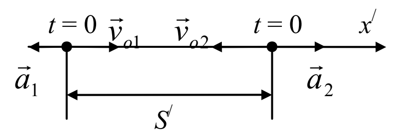
1. 1 кг льда и 1 кг легкоплавкого вещества, не смешивающего с водой при t = –40 ^{o}С помещены в теплоизолированный сосуд с нагревателем внутри. На нагреватель подали постоянную мощность. Зависимость температуры в сосуде от времени показана на рисунке. Удельная теплоемкость льда равна $c_л = 2000$ Дж/(кг·К), твердого вещества $c_T = 1000$ Дж/(кг·К). Определить удельную теплоту плавления вещества λ и его удельную теплоемкость c в расплавленном состоянии.



2. Стеклянный флакон от духов заполнен ртутью и плотно закрыт притертой стеклянной пробкой. Не вынимая. На вынимая пробки, определить массу находящейся во флаконе ртути. Оборудование подберите сами

Решение задач.

Решение 1. Свяжем систему координат с первым телом. Уравнения движения тел в этой СК будет



$$x_1' = 0\,;\; x_2' = S' + v_{o21,xl} + \frac{a_{21,x}t^2}{2},$$

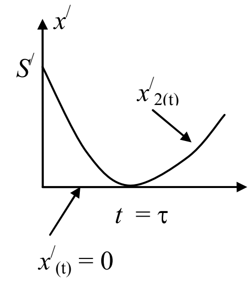
где $\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ и $\vec{a}_{21} = \vec{a}_2 - \vec{a}_1$ – скорость и ускорение второго тела относительно первого. Учитывая расположение векторов $\vec{v}_{01}, \vec{v}_{02}, \vec{a}_1, \vec{a}_2$ и направление оси OX', будем иметь:

$$v_{o21,x} = (\vec{v}_{o2})_x - (\vec{v}_{o1})_x = -v_{o2} - v_{o1} = -(v_{o1} + v_{o2}),\; a_{21,x} = (\vec{a}_2)_x - (\vec{a}_1)_x = a_2 - (-a_1) = (a_1 + a_2).$$

Таким образом, уравнение движения второго тела будет

$$x_2' = S' - (v_{o1} + v_{o2}) + \frac{(a_1 + a_2)t^2}{2}.$$

Графики движения тел в подвижной СК. При $t = \tau$ второе тело придет в начало координат, т. е. поравняется с первым телом.



Следовательно, $S' = (v_{o1} + v_{o2})\tau - \frac{(a_1 + a_2)t^2}{2}$ (1).

Найдем время встречи. Как видно из графика, скорость v_{21} в момент времени $t = \tau$ должна быть равна 0.

$$v_{21,x} = v_{o21} + a_{21,x}l = -(v_{o1} + v_{o2}) + (a_1 + a_2)t.$$

При $t = \tau$ $v_{21,x} = 0$. Следовательно, $\tau = \frac{v_{o1} + v_{o2}}{a_1 + a_2}$ (2). Подставляя это значение в (1), получим: $S' = \frac{(v_{o1} + v_{o2})^2}{2(a_1 + a_2)}$.

Графики движения тел в неподвижной СК:

$t_1 = 10$ с и $t_2 = 15$ с – моменты времени, когда тела поравняются. Как видно из рисунка в точке встречи у них одинаковая скорость, следовательно, относительная скорость равна 0.

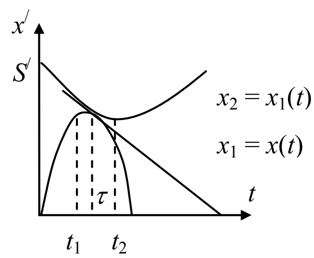
Второй способ решения:

Используя для относительного движения формулу

$$v_{кон}^2 - v_{нач}^2 = 2a_x S_x'.$$

Здесь $v_{кон} = v_{21,x} = 0$,

$v_{нач} = v_{o21,x} = -(v_{o1} + v_{o2})$; $a_x = a_{21,x} = (a_1 + a_2)$; $S_x' = -S'$ – проекция вектора перемещения. Следовательно,



$$0 - (v_{o1} + v_{o2})^2 = 2(a_1 + a_2)(-S').$$

$$S' = \frac{(v_{o1} + v_{o2})^2}{2(a_1 + a_2)}.$$

Примечание: при решении таким способом надо обосновать, что конечная относительная скорость равна 0. (с помощью графика 1)

Решение 2. Пусть шарик падает и отскакивает со скоростью v_o. Введем систему координат так, как показано на рисунке.

Тогда

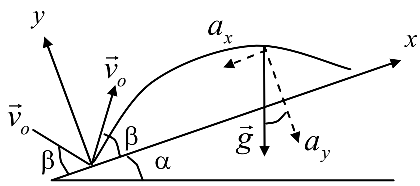
$x_o = 0$, $y_o = 0$, $v_{ox} = v_o \cos\beta$, $v_{oy} = v_o \sin\beta$, $a_x = -g\sin\alpha$, $a_y = -g\cos\alpha$.

Уравнения движения шарика после отскока будут иметь вид:

$$x = x_o + v_{ox}t + \frac{a_x t^2}{2} = v_o \cos\beta t - \frac{g\sin\alpha}{2}t^2,\ y = y_o + v_{oy}t + \frac{a_y t^2}{2} = v_o \sin\beta t - \frac{g\cos\alpha}{2}t^2.$$

Пусть в момент времени $t = t_1$ шарик вернется в исходную точку, т. е. при $t = t_1$ x = 0.

Следовательно, $0 = v_o \cos\beta t_1 - \frac{g\sin\alpha}{2}t_1^2 \Rightarrow t_1 = \frac{2v_o\cos\beta}{g\sin\alpha}$ – время движения шарика.

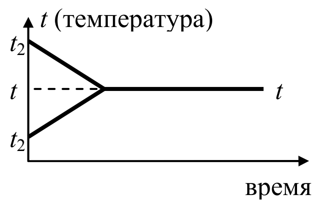


Легко видеть, что высота подскока над наклонной плоскостью будет оставаться неизменной – это, по существу, движение тела брошенного вверх с начальной скоростью $v_{oy} = v_o \sin\beta$ и ускорением $a_y = -g\cos\alpha$.

Следовательно, время между двумя отскоками в процессе движения не меняется и его можно найти из условий: y = 0 или v_y = 0,

$$y = 0 = v_o \sin\beta t_2 - \frac{g\cos\alpha}{2}t_2^2.$$

Следовательно, $t_2 = \frac{2v_o \sin\beta}{g\cos\alpha}$. Если взять $v_y = 0 = v_o \sin\beta - g\cos\alpha\frac{t_2}{2}$; $\frac{t_2}{2}$ – время подъема.



<u>Решение 3.</u> Пусть для определенности $t_2 > t_1$. Тогда будем иметь: $c_1 m_1 (t - t_1) = c_2 m_2 (t_2 - t)$, Следовательно, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{c_2}{c_1}\frac{(t_2 - t)}{(t - t_1)}$.

По условию задачи $t_2 - t_1 = 2(t_2 - t) = 2t_2 - 2t \Rightarrow t - t_1 = t_2 - t$.

Следовательно, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{c_2}{c_1}$.

<u>Решение 4.</u> Пусть m_1 – масса образовавшегося льда, m_2 – масса пара. Тогда m_1 + m_2 = m – масса воды до замерзания. $Q_1 = \lambda m_1$ – количество выделившейся теплоты при кристаллизации воды массой m_1.

$Q_2 = rm_2$ – количество теплоты необходимое для испарения воды массой m_2. Не учитывая потери при теплообмене, имеем $Q_1 = Q_2 \Rightarrow \lambda m_1 = rm_2 \Rightarrow \lambda m_1 = r(m - m_1)$.

Следовательно, $\frac{m_1}{m} = \frac{r}{r+\lambda} = 0{,}87$ от первоначальной массы.

<u>Решение 5.</u> 2/3 части реостата вместе с нагрузкой эквивалентны резистору с сопротивлением $R' = \frac{\frac{2}{3}R \cdot R}{\frac{2}{3}R + R} = \frac{2}{5}R$.

Полное сопротивление цепи

$$R_1 = \frac{1}{3}R + \frac{2}{3}R = \frac{11}{15}R.$$

Ток в цепи $I_1 = \dfrac{U}{R_1} = \dfrac{15}{11}\dfrac{U}{R}$.

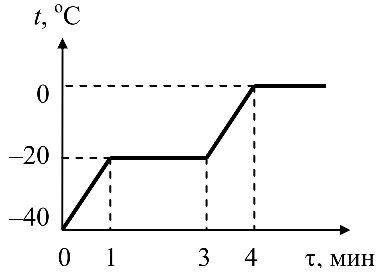
Напряжение на нагрузке будет равно $U_{1н} = U - I_1\dfrac{1}{3}R = U - \dfrac{1}{3}\dfrac{15}{11}\dfrac{U}{R}R = \dfrac{6}{11}U$.

Если сопротивление нагрузки станет равным 2R, то $R^{//} = \dfrac{\dfrac{2}{3}R \cdot 2R}{\dfrac{2}{3}R + 2R} = \dfrac{1}{2}R$,

$R_2 = \dfrac{1}{3}R + \dfrac{1}{2}R = \dfrac{5}{6}R$, $I_2 = \dfrac{U}{R_2} = \dfrac{6}{5}\dfrac{U}{R}$, напряжение на нагрузке будет равно

$$U_{2н} = U - I_2\frac{1}{3}R = U - \frac{1}{3}\frac{6}{5}\frac{U}{R}R = \frac{3}{5}U.\ K = \frac{U_{2н}}{U_{1н}} = \frac{\frac{3}{5}U}{\frac{6}{11}U} = \frac{11}{10}.$$

Экспериментальный тур.



Решение 1. Плато при t = –20 °C соответствует процессу плавления вещества при t = 0 °C – таянию льда.

Нагрев смеси от –40 °C до –20 °C потребовал времени τ_1 = 60 с и количества тепла $P\tau_1$, где P – мощность нагревателя.

Уравнение теплового баланса для этого процесса:

$$(c_л + c_T)m \cdot 20 = P\tau_1 \ (1).$$

Для полного плавления вещества потребовалось времени τ_2 = 120 с: $m\lambda = P\tau_2$ (2).

Разделив уравнение (1) на (2) найдем λ: $\lambda = (c_л + c_T)\dfrac{\tau_2}{\tau_1} \cdot 20 = 1{,}2 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Нагрев льда и вещества от –20 °C до 0 °C потребовал τ_3 = 60 с, и уравнение теплового баланса примет вид: $(c_л + c)m \cdot 20 = P\tau_3$ (3). Разделив уравнение (3) на (1), находим c: $c = (c_л + c_T)\dfrac{\tau_3}{\tau_1} - c_л = 1000$ Дж/(кг·К).

Решение 2. $m_{рт} = \rho_{рт}V_{рт}$ – масса ртути, плотность ртути – табличное данное.

$m = m_{рт} + m_{ст}$ – масса флакона с ртутью (определим путем взвешивания (m))

$m_{ст} = \rho_{ст}V_{ст}$ – масса стеклянного флакона, плотность стекла – табличное значение.

$V = V_{ст} + V_{рт}$ – внешний объем флакона (определяем при помощи мензурки и отливного стакана). $m_{ст} = \rho_{ст}(V - V_{рт})$

$$\begin{cases} m_{рт} = \rho_{рт}V_{рт} \\ m = m_{рт} + \rho_{ст}(V - V_{рт}) \end{cases} \Rightarrow V_{рт} = \frac{m_{рт}}{\rho_{рт}} \qquad m = m_{рт} + \rho_{ст}\left(V - \frac{m_{рт}}{\rho_{рт}}\right)$$

$$m - \rho_{ст}V = m_{рт}\left(1 - \frac{\rho_{ст}}{\rho_{рт}}\right).$$

Окончательно, имеем массу ртути, равную $m_{рт} = \dfrac{m - \rho_{ст}V}{1 - \rho_{ст}/\rho_{рт}}$.