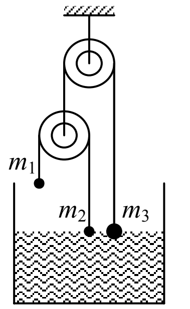
Областная олимпиада. 9 класс. Могилев. 2003 г.

Условия задач. Теоретический тур.



1. Три деревянных шарика массами m_1, m_2 и m_3 соединены нитями, перекинутыми через блоки так, как показано на рисунке. Шарики массами m_2 и m_3 частично погружены в воду, налитую в цилиндрический сосуд с площадью основания S и система грузов находится в равновесии. На сколько повысится уровень воды в сосуде, если нить, связывающая грузы m_1 и m_2 разрывается, и все шарики оказываются в воде?

2. На главной оптической оси тонкой собирающей положительной линзы на расстоянии $S = 5F/2$ (F – фокусное расстояние) находится точечный источник (S). Линза разделяется на две равные половины плоскостью, содержащей главную оптическую ось, и одна из этих половин начинает медленно без наклона удаляться от источника по главной оптической оси. Опишите, как выше указанная оптическая система будет отображать источник S.

3. Высокая теплоизолированная трубка заполнена до высоты 25 см льдом, полученным при замерзании воды в этой же трубке. Поверх льда в трубку заливают воду при температуре 10 ^{o}C так, что трубка оказывается заполненной до высоты 50 см. После установления теплового равновесия уровень воды в трубке повышается на 0,5 см. Какова была начальная температура льда? Плотность льда 900 кг/м^3, удельная теплота плавления льда 340 кДж/кг, удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг·К), а удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·К).

4. Из шланга лежащего на земле, «бьет» под углом 45^{o} к горизонту струя воды со скоростью v м/с и попадает на наклонную поверхность с углом наклона 45^{o} и отстоящую по горизонтали от шланга на расстоянии l м. Площадь сечения отверстия шланга S см^2. Определить массу струи воды, находящейся в воздухе.

5. Какой электрический ток пойдет по подводящим проводам цепи, присоединенной к источнику с очень большой выходной мощностью, при коротком замыкании, если на спиралях сопротивлением 400 Ом и 100 Ом при поочередном их подключении в цепь, выделяется одинаковая мощность 400 Вт?

Экспериментальный тур.

1. Имеется школьный лабораторный вольтметр с пределом измерения 6 В, источник стабилизированного напряжения не более 6 В, моток тонкой медной проволоки и линейка. Как, используя перечисленные материалы, изготовить амперметр измерения 1 А?

2. На призму из стекла, изображенную на рисунке, от щели падает параллельный пучок света. При вращении щели и призмы относительно оси пучка лучей происходит вращение изображения щели, отличающееся по направлению и частоте. Объясните наблюдаемые явления.

Решение задач.

Решение 1. Обозначим изменение высоты уровня воды в сосуде – h. Тогда:

$$h = \frac{V_1^/ + (V_2^/ - V_2) + (V_3^/ - V_3)}{S},$$

где $V_1^/$, $V_2^/$, $V_3^/$ – объемы подводной части шариков при равновесном состоянии системы. $V_1^/ = \frac{m_1}{\rho}$, $V_2^/ = \frac{m_2}{\rho}$, $V_3^/ = \frac{m_3}{\rho}$, где ρ – плотность воды. Объемы V_2 и V_3 определим из уравнений, описывающих равновесное состояние шариков.

$$\begin{cases} m_2 g = \rho g V_2 + m_1 g \\ m_3 g = \rho g V_3 + 2m_1 g \end{cases} \Rightarrow V_2 = \frac{m_2 - m_1}{\rho}, \quad V_3 = \frac{m_3 - 2m_1}{\rho}.$$

$$h = \frac{\frac{m_1}{\rho} + (\frac{m_2}{\rho} - \frac{m_2 - m_1}{\rho}) + (\frac{m_3}{\rho} - \frac{m_3 - 2m_1}{\rho})}{S} = \frac{m_1 + m_2 - m_2 + m_1 + m_3 - m_3 + 2m_1}{\rho S} = \frac{4m_1}{\rho S}.$$

Решение 2. Задача решается аналитически или путем построений.

1) Всегда существует действительное изображение S_1, находящееся на расстоянии $S_1 = 5F/2$ от неподвижной части линзы.

2) удаляющаяся часть линзы всегда формирует действительное изображение S_2, которое удаляется от точки S_1, но приближается к заднему фокусу этой части линзы.

3) Как только удаляющаяся часть линзы окажется в интервале $[S_1, S_1 + F]$ система формирует третье мнимое изображение источника (точка S_3). При удалении части линзы от точки S_1, т. е. к источнику S и дальше.

4) Когда перемещающаяся часть линзы окажется на расстоянии $S_1 + F$ от первоначального положения, т. е. на расстоянии $S_1 = 8F/3$, изображение S_3 раздваивается (мнимое в $-\infty$ слева и действительное в $+\infty$ справа).

5) При небольшом удалении части линзы от точки $S_1 + F$ остается только действительное изображение S_3, которое начинает приближаться к этой части линзы и к источнику S, но S_3 всегда остается правее точки S_2, т. е. отрезок S_2S_3 всегда уменьшается.

6) С некоторого положения перемещающейся части линзы изображение S_3 приближаясь к ней, начнет удаляться от точки S (но всегда S_2S_3 уменьшается).

7) На очень большом расстоянии перемещающейся части линзы от первоначального положения точки S_2 и S_3 практически совпадут в заднем фокусе движущейся части линзы.

Решение 3. Между льдом и водой происходит теплообмен. При этом часть воды кристаллизуется и устанавливается нулевая температура. Определим массу замерзшей воды.

$$\rho_в h = \rho_1 h_1 + \rho_в (h + \Delta h - h_1) \Rightarrow h_1 = \frac{\rho_в \Delta h}{\rho_в - \rho_л},$$

где h = 0,25 м, Δh = 0,05 м, h_1 высота столбика льда.

$$\Delta m = \rho_л S h_1 = \frac{\rho_в \rho_л S \Delta h}{\rho_в - \rho_л}.$$

Составим уравнение теплового баланса

$$c_в m_в (t_в - 0) + \lambda \Delta m = c_л m_л (0 - t_л) \text{ или } c_в \rho_в S h t_в + \lambda \frac{\rho_в \rho_л S \Delta h}{\rho_в - \rho_л} = -c_л \rho_л S h t_л .$$

Из последнего уравнения находим начальную температуру льда

$$t_л = \frac{c_в \rho_в t_в}{c_л \rho_л} + \lambda \frac{\rho_в \Delta h}{c_л (\rho_в - \rho_л) h}.$$

<u>Решение 4.</u> Масса воды определяется по формуле $m = \rho V = \rho S l = \rho S v t$, где t – время движения воды до соприкосновения с поверхностью.

Для траектории воды: $x = v_o \cos\alpha \cdot t$ (1), $y = v_o \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$. Выражая из уравнения координаты по оси x время, и подставляя во второе уравнение $y(t)$, получим уравнение траектории струи:

$$y = x \cdot tg\alpha - \frac{gx^2}{2v_o^2 \cos^2\alpha}.$$

Уравнение прямой, принадлежащей плоскости

$$y = -l + x \Rightarrow -l + x = x \cdot tg\alpha - \frac{gx^2}{2v_o^2 \cos^2\alpha}.$$

Учитывая, что

$$tg\alpha = tg 45 = 1,$$

получаем

$$-l + x = x - \frac{gx^2}{2v_o^2 \cos^2\alpha} \text{ и } l = \frac{gx^2}{2v_o^2 \cos^2\alpha} \Rightarrow x^2 = \frac{2 l v_o^2 \cos^2\alpha}{g} \text{ (2).}$$

Сделаем замену (1) в (2): $(v_o \cos\alpha \cdot t)^2 = \frac{2 l v_o^2 \cos^2\alpha}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{g}}$. Следовательно, масса струи воды, находящейся в воздухе равна $m = \rho S v \sqrt{\frac{2l}{g}}$.

Примечание: на олимпиаде были предложены значения v = 6 м/с, S = 3 см^2, l = 5 м, $\alpha = 45^o$. Подставляя эти значения в формулу

$$m = \rho S v \sqrt{\frac{2l}{g}} = 1000 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{10}} = 1{,}8 \text{ кг.}$$

Но дальность полета струи $S = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{6^2 \cdot 1}{10} = 3{,}6$ м, струя не долетает до наклонной поверхности. Следовательно,

$$t = \frac{2 v_o \sin\alpha}{g} \text{ и } m = \rho S v \frac{2 v \sin\alpha}{g} = \frac{2 \rho S v^2 \sin\alpha}{g} = \frac{2 \cdot 1000 \cdot 3 \cdot 10^{-4} 6^2 \sin 45^o}{10} = 1{,}53 \text{ кг.}$$

<u>Решение 5.</u> Значения силы тока при подключении спиралей и коротком замыкании равно:

$$I_1 = \sqrt{\frac{P}{R_1}},\ I_2 = \sqrt{\frac{P}{R_2}},\ I_k = \frac{U}{R_o}.$$

Напряжение на спиралях определим по формуле:

$$U_1 = R_1\sqrt{\frac{P}{R_1}},\ U_2 = R_2\sqrt{\frac{P}{R_2}},\ U_1 = U - I_1R_o,\ U_2 = U - I_2R_o,$$

где R_o – сопротивление подводящих проводов.

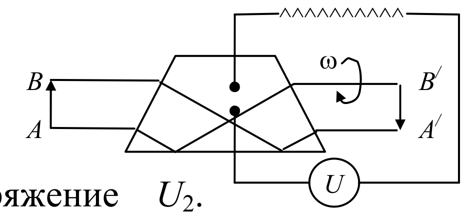
$$U_k = I_kR_o,\ U_1 = I_kR_o - R_o\sqrt{\frac{P}{R_1}},\ U_2 = I_kR_o - R_o\sqrt{\frac{P}{R_2}}.$$

$$R_1\sqrt{\frac{P}{R_1}} = R_o(I_k - \sqrt{\frac{P}{R_1}}),\ R_2\sqrt{\frac{P}{R_2}} = R_o(I_k - \sqrt{\frac{P}{R_2}}).$$

Разделив, левые и правые части уравнений, находим

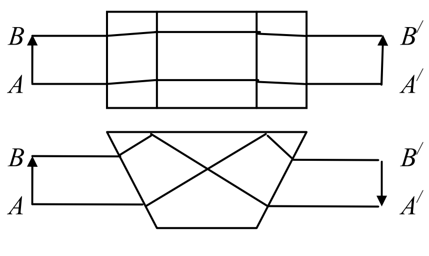
$$\frac{R_1\sqrt{\frac{P}{R_1}}}{R_2\sqrt{\frac{P}{R_2}}} = \frac{R_o(I_k - \sqrt{\frac{P}{R_1}})}{R_o(I_k - \sqrt{\frac{P}{R_2}})} \Rightarrow I_k = \sqrt{\frac{P}{R_1}} + \sqrt{\frac{P}{R_2}}.$$

Экспериментальный тур.



Решение 1. Чтобы изготовить амперметр, нужно знать сопротивление прибора. Для этого вольтметром необходимо измерить напряжение источника U_1. Затем, подключить вольтметр к источнику тока по схеме, изображенной на рисунке и измерить напряжение U_2. $I = \frac{U_1 - U_2}{\rho\frac{l}{S}}$, где l – длина проволоки, S – площадь поперечного сечения, ρ – удельное сопротивление меди. Полученные данные позволяют определить сопротивление шунта. $R_{пр} = \frac{U_{пр}}{I_V}$, $R_ш = \frac{R_V}{n-1}$, $n = \frac{I}{I_{пр}}$.

Решение 2. Задача решается путем последовательного построения изображения при различных положениях призмы:



1) Призма горизонтальна – изображение стрелки перевернутое (смотри рисунок).

2) Призма перевернута на 90^o. Изображение прямое, т. е. повернулось на 180^o.

3) Призма повернута еще на 90^o. Изображение разворачивается снова на 180^o.

Таким образом, изображение стрелки вращается с угловой скоростью в два раза большей, чем призма.

Направление вращения:

Пусть стрелка поворачивается относительно оси по часовой стрелке, тогда ее изображение вращается в противоположную сторону, против часовой стрелки.

При вращении призмы относительно предмета, его изображение вращается в ту-же сторону, что и призма.