

## ЗОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА

9 КЛАСС. 1995 г.

Условия задач.

**25.** Для изготовления нагревателя имеется кусок нихромовой проволоки, сопротивление которого равно 1000 Ом. Нагреватель рассчитан на напряжение 220 В. Какой наибольшей мощности нагреватель можно сделать из этой проволоки, если максимально допустимый ток через проволоку равен 1 А?

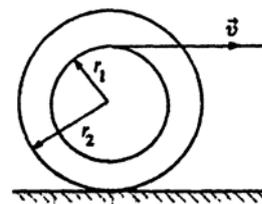


Рис.69

**26.** катушку с нитками тянут за нитку с постоянной скоростью  $v$ , как показано на рис. 69. катушка катится без проскальзывания. Определите угловую скорость вращения катушки.

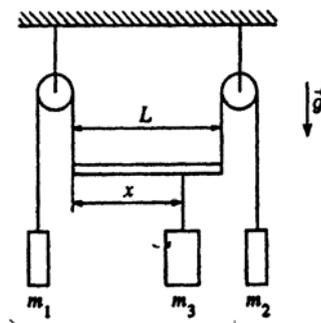


Рис.70

**27.** Система, изображенная на рис. 70, предоставлена самой себе. При этом оказалось, что невесомый брус длины  $L = 1$  м движется вверх с ускорением  $g/2$ , оставаясь все время в горизонтальном положении. Определите расстояние  $x$ , на котором подвешено тело массы  $m_3$ , если известно, что  $m_1 = 2$  кг;  $m_2 = 3$  кг. Трением можно пренебречь.

**28.** На столе стоят две одинаковые шахматные фигуры. Учащийся посмотрел на фигуры попеременно левым и правым глазом, не изменяя положения головы и держа ее так, чтобы фигуры были на одном уровне с глазами. Затем он зарисовал получившиеся при взгляде одним и другим глазом изображения (см. рис. 71). Определите высоту фигур. Можно считать, что все видимые углы малы и для них справедливы утверждения, что  $\sin\varphi \approx \varphi$  и  $\cos\varphi \approx 1$ . Расстояние между глазами примите равным 65 мм. При решении задачи можно пользоваться измерительной линейкой.



## ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА

9 класс. 1995 г.

Условия задач.

**29.** По реке со скоростью  $v$  плывут мелкие льдины, которые равномерно распределяются по поверхности воды, покрывая ее  $n$ -ю часть. В некотором месте реки образовался затор. В заторе льдины полностью покрывают поверхность воды, не нагромождаясь друг на друга (см. рис. 152).

*а.* С какой скоростью растет граница сплошного льда?

*б.* Какая сила действует на 1 м ледяной границы между водой и сплошным льдом в заторе со стороны останавливающихся льдин?

Плотность льда  $\rho = 0,91 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>; его толщина  $h = 20$  см; скорость реки  $v =$

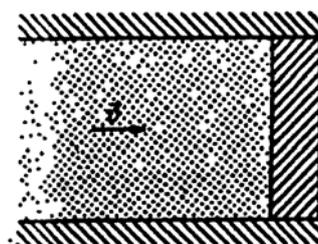


Рис.152

0,72 км/час; плывущие льдины покрывают  $n = 0,1$  часть поверхности воды.

**30.** Сидевший на корточках человек резко выпрямляется и, оттолкнувшись от пола, подпрыгивает так, что его центр тяжести поднимается на высоту  $h$ , равную  $3/4$  его роста  $l$  (высота отсчитывается от пола). Найдите среднюю силу, с которой человек отталкивается от пола. Центр тяжести человека, когда он стоит выпрямившись, находится на высоте  $l/2$  от пола. Перед прыжком центр тяжести человека находился на высоте  $l/4$  от пола. Масса человека  $m = 75$  кг.

**31.** В дне теплоизолированного сосуда (калориметра) имеется небольшое отверстие, через которое может вытекать вода. В сосуд поместили смесь воды и льда при температуре  $0^\circ\text{C}$  вместе с электрическим нагревателем мощностью  $P = 600$  Вт, и начали следить за изменением температуры внутри калориметра в зависимости от времени. Экспериментальный график зависимости температуры  $T$  от времени  $t$  представлен на рис. 153.

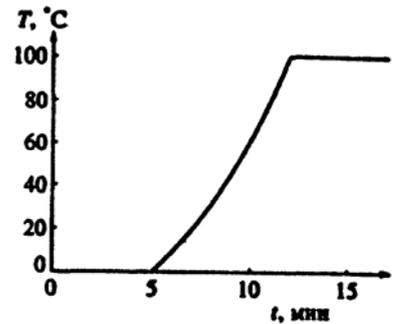


Рис.153

1. Определите массу воды, оставшейся в калориметре к моменту окончания таяния льда.
2. Какая средняя масса воды вытекала из отверстия калориметра в течение 1 мин?
3. Сколько льда было в калориметре в начале эксперимента?
4. Сколько воды находилось в калориметре в начале эксперимента?
5. Определите массу воды, оставшейся в калориметре к концу эксперимента ( $t = 17$  мин).

Удельная теплота парообразования воды  $\lambda = 2260$  кДж/кг, удельная теплоемкость воды  $c = 4,2$  кДж/(кг·К), удельная теплота плавления льда  $q = 340$  кДж/кг.

*Примечание:* теплоемкость калориметра можно не учитывать.

**32.** В схеме, изображенной на рис. 154, два резистора из трех с неизвестными сопротивлениями  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  имеют одинаковое сопротивление. Напряжение между точками 2 и 0 равно 6 В, а между точками 3 и 1 равно 10 В. Определите неизвестные сопротивления.

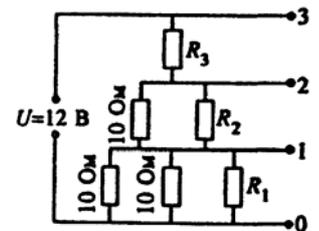


Рис.154

### Решения задач.

**Решение 25.** Найдём сопротивление куска проволоки, через который при напряжении  $U = 220$  В течёт максимально допустимый ток  $I = 1$  А:

$$R = \frac{U}{I} = 220 \text{ Ом.}$$

Из заданного куска проволоки можно сделать 4 куска сопротивлением  $R = 220$  Ом каждый, которые затем нужно соединить параллельно. Оставшийся кусок проволоки, сопротивление которого  $r = 1000 - 4 \cdot 220 = 120$  Ом, не используется, так как если его подключить параллельно, то через него будет протекать ток, превышающий

наибольшее допустимое значение, а любые другие способы подсоединения уменьшат общий потребляемый ток, а, следовательно, и мощность нагревателя. Таким образом,

$$P_{\max} = I_{\max} U = 4 \cdot 220 = 880 \text{ Вт.}$$

**Решение 26.** Скорость поступательного движения оси катушки (рис. 18) равна

$$v_o = v \frac{r_2}{r_1 + r_2}.$$

Перейдем в систему отсчета, движущейся со скоростью  $v_o$ . В этой системе катушка вращается вокруг точки  $O$ , причем скорость вращения обода катушки по модулю равна  $v_o$ . Отсюда находим угловую скорость вращения

$$\omega = \frac{v_o}{r_2} = \frac{v}{r_1 + r_2}.$$

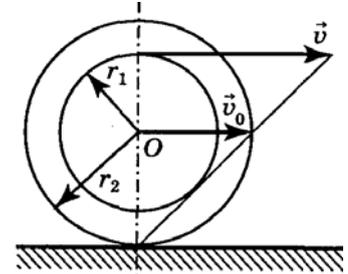


Рис. 18

**Решение 27.** Так как брус движется, все время оставаясь в горизонтальном положении, то ускорение тел, массы которых равны  $m_1$  и  $m_2$  соответственно, равно  $g/2$  и направлено вниз (рис. 19). Запишем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{m_1 g}{2} = m_1 g - T_1, \\ \frac{m_2 g}{2} = m_2 g - T_2 \end{cases}$$

и уравнение для моментов сил относительно точки  $O$ :

$$T_1 x = T_2 (L - x).$$

Отсюда  $x = L \frac{m_2}{m_1 + m_2} = 0,6 \text{ м.}$

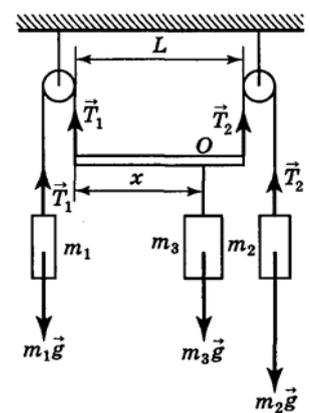


Рис. 19

**Решение 28.** Размеры (в том числе и угловые) изображений шахматных фигур, нарисованные учащимися, неизвестны, однако можно использовать любые соотношения размеров фигур и расстояний между ними на рисунке, изображающем фигуры и глаза учащегося. На рис. 20 условно показаны сами фигуры, стороны угла, под которым они видны учащемуся, а на рис. 21. – дан вид сверху на фигуры, стоящие на столе, и направления, под которыми учащийся видит фигуры, стоящие на столе, и направления, под которыми учащийся видит фигуры тем или иным глазом. Сначала находим соотношения между высотой  $H$  изображения фигуры на рисунке, углами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , под которыми наблюдателю видны фигуры, и расстояниями  $L_1, L_2$  от глаза до фигур:

$$\varphi_1 L_1 = \varphi_2 L_2 = H. \quad (1)$$

Откуда

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}. \quad (2)$$

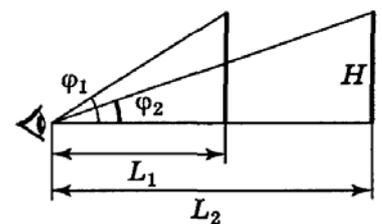


Рис. 20

Затем из рис. 21 находим соотношение между угловыми расстояниями ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) между фигурами, расстояниями от глаз до фигур и расстоянием между глазами наблюдателя, которое по условию равно  $\Delta = 65$  мм:

$$x_l = \alpha L_2, \quad x_n = \beta L_2. \quad (3)$$

Угол  $\gamma$ , с одной стороны, равен

$$\gamma = \frac{\Delta}{L_1}, \quad (4)$$

с другой

$$\gamma = \frac{x_l - x_n}{L_2 - L_1}. \quad (5)$$

Приравнивая (4) и (5) другу другу, с учетом (3) получаем

$$\frac{\Delta}{L_1} = \frac{L_2(\alpha - \beta)}{L_2 - L_1}. \quad (6)$$

С учетом (2)

$$\frac{\Delta}{L_1} = \frac{\varphi_1(\alpha - \beta)}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (7)$$

Взяв отсюда выражение для  $L_1$  и подставив его в (1), получаем

$$H = \frac{\Delta(\varphi_1 - \varphi_2)}{\alpha - \beta}. \quad (8)$$

Углы в формуле (8) прямо пропорциональны измеряемым на рисунке с помощью измерительной линейки размерам, поэтому  $H \approx 6$  см.

**Решение 29.** Пусть  $L$  – длина произвольного участка реки. С этого участка льдины соберутся в сплошной ледяной слой, длина которого  $x = Ln$  (рис. 22). При скорости движения границы  $u$  это произойдет за время  $\tau = \frac{x}{u}$ . Тогда  $v\tau + u\tau = L$ , откуда

$$u = \frac{nv}{1-n} = 0,022 \text{ м/с.}$$

Сила давления льдин на единицу длины границы затора равна импульсу, передаваемому в единицу времени затору останавливающимися льдинами. За время  $\Delta t$  к единичной длине границы присоединяются льдины общей массы  $\Delta m = \rho u h \Delta t$ . Тогда можно записать

$$F \Delta t = v \cdot \Delta m = \rho u h v \Delta t.$$

Таким образом, сила давления на единицу длины границы затора равна

$$F = \frac{nv^2}{1-n} \rho h = 0,8 \text{ Н/м.}$$

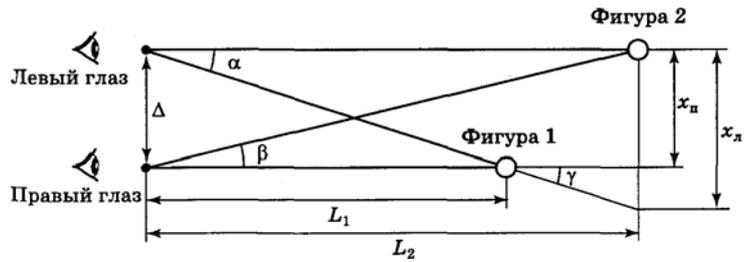


Рис. 21

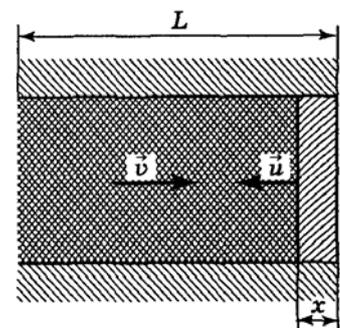


Рис. 22

Решение 30. Сила реакции пола в момент толчка  $N = m(g + a)$ . Пусть  $v$  – скорость центра масс в момент отрыва ног от пола, тогда ускорение  $a = \frac{v^2}{2l/4}$ . С другой стороны, из закона сохранения энергии  $v^2 = 2g\left(h - \frac{l}{2}\right) = \frac{2gl}{4}$ . Отсюда следует, что  $a = g$ . Таким образом, средняя сила давления на пол равна  $F = N = 2mg = 1470$  Н.

Решение 31. 1) Зная наклон кривой при  $\tau = 5$  мин (рис. 23), находим массу  $m_1$  воды в момент окончания плавления льда:

$$P\Delta\tau = m_1 c_{\text{в}} \Delta t; m_1 = \frac{P \Delta\tau}{c_{\text{в}} \Delta t} \approx 0,86 \text{ кг.}$$

2) Аналогично находим массу  $m_2$  воды при  $\tau = 12$  мин (начало кипения):

$$m_2 \approx 0,34 \text{ кг.}$$

Следовательно, за время нагрева воды от  $0^\circ\text{C}$  до  $100^\circ\text{C}$  (7 мин) масса воды изменилась на  $\Delta m$ :

$$\Delta m = m_1 - m_2 = 0,52 \text{ кг, отсюда } \mu = \frac{\Delta m}{\Delta\tau} = 0,074 \text{ кг/мин.}$$

3) Первоначальную массу  $m_{\text{о льда}}$  можно выразить через удельную теплоту плавления  $q$ :

$$m_{\text{о льда}} = \frac{P\Delta\tau}{q} = 0,53 \text{ кг.}$$

4) В начале эксперимента ( $t = 0$ ) в калориметре было воды:

$$m_{\text{о воды}} = m_1 + \mu\Delta\tau - m_{\text{о льда}} = (0,86 + 0,074 \cdot 5 - 0,53) = 0,70 \text{ кг.}$$

5) К моменту времени  $\tau = 17$  мин испарилось:

$$\Delta m_{\text{пара}} = \frac{P\Delta\tau}{\lambda} \approx 0,08 \text{ кг.}$$

За время испарения из колориметра дополнительно вытекло

$$\Delta m_{\text{воды}} = \mu\Delta\tau \approx 0,37 \text{ кг.}$$

Таким образом,  $\Delta m_{\text{общ}} = \Delta m_{\text{пара}} + \Delta m_{\text{воды}} \approx 0,45 \text{ кг} > m_2$ , т. е. это означает, что к моменту времени  $\tau = 17$  мин воды в колориметре не осталось!

Примечание. Возможны незначительные отклонения числовых значений.

Решение 32. Напряжения в точках 1, 2, 3 по отношению к точке 0 приведены на рисунке 24. Через  $R_3$  течет ток  $I_3 = \frac{6}{R_3}$ , сила тока через резистор  $R_2$  равна  $I_2 = \frac{4}{R_2}$ ; сила тока через  $R_1$  равна  $I_1 = \frac{2}{R_1}$ .

Применим первый закон Кирхгофа для узлов  $A$  и  $B$ .

1. Допустим, что  $R_3 = R_2 = R$ , тогда для узла  $A$ :

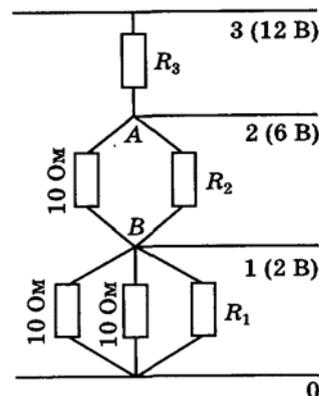


Рис. 24

$$I_3 = \frac{6}{R} = \frac{4}{10} + \frac{4}{R} \Rightarrow \frac{2}{R} = \frac{4}{10}; R = 5 \text{ Ом.}$$

для узла  $B$ :

$$\frac{6}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{R_1} \Rightarrow R_1 = 2,5 \text{ Ом.}$$

2. Допустим теперь  $R_3 = R_1 = R$ . Тогда для узла  $B$ :

$$I_3 = \frac{6}{R} = \frac{2}{5} + \frac{2}{R} \Rightarrow R = 10 \text{ Ом.}$$

для узла  $A$ :

$$I_3 = \frac{6}{10} = \frac{4}{10} + \frac{4}{R_2} \Rightarrow R_2 = 20 \text{ Ом.}$$

3. Допустим, что  $R_2 = R_1 = R$ . Тогда для узла  $B$ :

$$\frac{4}{10} + \frac{4}{R} = \frac{2}{5} + \frac{2}{R}.$$

Это равенство не выполняется. Таким образом, третий случай невозможен.